

GEOMETRI DIFERENSIAL FUNGSI *COBB-DOUGLAS* PADA PRODUKSI GARAM UD SIRA KAJHU, ACEH BESAR, ACEH

Syarifah Meurah Yuni^{1*}, Ratna Sari Dewi², Intan Syahrini³, Mahmudi⁴, Nurmaulidar⁵
^{1,2,3,4,5} Program Studi Matematika, Jurusan Matematika, FMIPA, Universitas Syiah Kuala
* Corresponding Author. Email: sy.meurah.yuni@unsyiah.ac.id

Received: 10 Januari 2022; Revised: 02 Februari 2022 ; Accepted: 30 Maret 2022

ABSTRAK

Tingginya permintaan garam serta kurangnya tenaga kerja dan modal menyebabkan produksi garam lokal tidak dapat memenuhi kebutuhan. Tujuan penelitian ini yaitu menentukan model fungsi produksi *Cobb-Douglas* dan untuk mengetahui pengaruh input tenaga kerja dan modal terhadap jumlah produksi garam yang dihasilkan, besarnya nilai elastisitas input, bentuk skala hasil (*return to scale*) serta gambaran permukaan industri garam di UD Sira Kajhu pada Januari 2020-Februari 2021. Teknik analisis data yang digunakan adalah pendekatan metode *Cobb-Douglas* menggunakan analisis regresi linier berganda. Berdasarkan hasil analisis fungsi produksi *Cobb-Douglas*, model yang didapat adalah $Y = 3,929 X_1^{0,246} X_2^{0,548}$ dengan besarnya nilai elastisitas input tenaga kerja yaitu sebesar 0,246 yang menunjukkan jika tenaga kerja mengalami peningkatan sebesar 1 rupiah maka produksi garam meningkat sebesar 0,246 rupiah dan nilai elastisitas input modal yaitu sebesar 0,548 yang menunjukkan jika modal mengalami peningkatan sebesar 1 rupiah maka produksi garam meningkat sebesar 0,548 rupiah. Sehingga dapat disimpulkan input modal lebih berpengaruh dibandingkan dengan input tenaga kerja. Kondisi skala hasil yang terjadi sebesar 0,794 menunjukkan bahwa industri berada pada kondisi *decreasing return to scale* dan gambaran permukaan geometri diferensial industri garam yang terbentuk adalah parabolik, yang berarti input tenaga kerja dan modal berpengaruh terhadap hasil produksi garam di UD Sira Kajhu.

Kata kunci: Elastisitas, Fungsi Produksi, Geometri Diferensial, Regresi Linier Berganda, Return to Scale

ABSTRACT

The high demand for salt and the lack of labor and capital have caused local salt production to be unable to meet the demand. The purpose of this study is to determine the Cobb-Douglas production function model and to determine the effect of labor and capital inputs on the amount of salt production produced, the magnitude of the input elasticity value, the return to scale form, and the description of the surface of the salt industry at UD Sira Kajhu in January 2020-February 2021. The data analysis technique used is the Cobb-Douglas method approach using multiple linear regression analysis. Based on the results of the analysis of the Cobb-Douglas production function, the model obtained is $Y = 3.929 X_1^{0.246} X_2^{0.548}$ with the value of the elasticity of the labor input being 0.246 which indicates that if the workforce has increased by 1 rupiah, the salt production has increased by 0.246 rupiahs and the elasticity value of the capital input is 0.548. shows that if the capital has increased by 1 rupiah, the salt production will

Copyright© 2020, THE AUTHOR (S). This article distributed under the CC-BY-SA-license.



increase by 0.548 rupiahs. So it can be concluded that capital input is more influential than labor input. The result scale condition that occurs is 0.794 indicating that the industry is in a decreasing return to scale condition and the surface picture of the differential geometry of the salt industry that is formed is parabolic, which means that the input of labor and capital affects the production of salt at UD Sira Kajhu.

Keywords: elasticity, production function, the differential geometry, Multiple Linier Regresion, Return to Scale

How to Cite: Yuni, S. M., Dewi, R. S., Syahrini, I., Mahmudi, M., & Nurmaulidar, N. (2022). GEOMETRI DIFERENSIAL FUNGSI COBB-DOUGLAS PADA PRODUKSI GARAM UD SIRA KAJHU, ACEH BESAR, ACEH. *Histogram : Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(1), 67-83. *Histogram : Jurnal Pendidikan Matematika*, 6(2), 15-28. doi : 10.31100/histogram.v6i1.2386 (Yuni, Dewi, Syahrini, Mahmudi, & Nurmaulidar, 2022)

I. PENDAHULUAN

Fungsi produksi merupakan hubungan antara masukan produksi (*input*) dan hasil produksi (*output*). Analisis fungsi produksi sering digunakan agar dapat memperoleh hasil produksi yang maksimum dalam suatu industri (Tira, 1985). Dalam memaksimalkan suatu hasil produksi terdapat beberapa faktor produksi yang harus seimbang penggunaannya, antara lain yaitu modal, tenaga kerja, bahan baku, dan teknologi. Faktor modal (*capital*) sangat penting dalam membangun perusahaan, karena perusahaan tanpa modal tidak dapat menciptakan barang atau jasa karena tidak menciptakan daya beli untuk kebutuhan proses produksi. Selain modal, tenaga kerja juga sangat penting dalam suatu industri. Tanpa adanya tenaga kerja suatu industri tidak berjalan lancar. Tenaga kerja merupakan seseorang yang bekerja untuk menghasilkan suatu barang atau jasa. Tenaga kerja merupakan bagian penentu keberhasilan perusahaan, karena dengan keterampilan dan integritas yang baik, perkembangan perusahaan akan berkembang pesat seiring dengan peningkatan produktivitas (Turmudi, 2017).

Model fungsi produksi *Cobb-Douglas* pertama kali diperkenalkan oleh Cobb, C.W. dan Douglas, P.H melalui majalah ilmiah *American Economic Review* 18 (Supplement) yang menerbitkan artikel berupa “*A Theory of Production*” pada tahun 1928. Pada penelitian tersebut didapat hasil bahwa suatu produksi dipengaruhi oleh banyaknya tenaga kerja dan modal usaha tersebut (Cobb & Douglas, 1928). Model fungsi produksi *Cobb-Douglas* memiliki nilai parameter penduga sekaligus menunjukkan besaran elastisitas masing-masing faktor *input* terhadap *output* (Purniawati, 2009). Besaran elastisitas juga dapat menunjukkan besaran skala hasil (*returns of scale*) (Gultom, 2020). Fungsi produksi *Cobb-Douglas* juga dapat direpresentasikan dengan metode geometri diferensial untuk menggambarkan keadaan industri suatu perusahaan dalam bentuk permukaan. Dengan menggunakan geometri diferensial, suatu

fungsi produksi dapat diketahui bentuk permukaan yang terbentuk setelah mendapatkan nilai dari δ (Rahmani et al., 2015).

Penerapan metode fungsi produksi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial dapat direpresentasikan pada salah satu hasil sumber daya alam negara Indonesia. Salah satu contoh potensi laut yang bisa dimanfaatkan adalah air laut sebagai bahan baku penghasil garam. Garam merupakan salah satu dari kebutuhan nutrisi bagi tubuh manusia untuk menyediakan elektrolit. Meskipun memiliki kekayaan laut yang berlimpah, tingginya permintaan garam untuk kebutuhan pokok menyebabkan produksi garam lokal tidak dapat memenuhi kebutuhan tersebut. Oleh karena itu, garam dari luar negeri dibutuhkan untuk memenuhi kekurangan garam lokal dan untuk memenuhi kebutuhan garam harian. Guna menanggulangi permasalahan yang melanda industri garam dalam negeri, maka harus dilakukan perbaikan terhadap *input* produksi seperti tenaga kerja dan modal agar dapat membantu para petambak garam mengoptimalkan produksi garam setiap musimnya.

Tujuan dari penelitian ini adalah untuk mendapatkan model dari sistem produksi garam menggunakan metode fungsi produksi *Cobb-Douglas* serta mengetahui besaran nilai elastisitas dan kondisi skala hasil (*return to scale*) dan mengetahui bagaimana representasi dari geometri diferensial pada model tersebut. Sehingga diharapkan hasil pada penelitian ini dapat memberikan gambaran terhadap *input* yang harus ditambahkan agar mendapat hasil yang optimal pada produksi garam di UD Sira Kajhu, Aceh Besar.

II. METODE PENELITIAN

A. Variabel Penelitian

Terdapat dua variabel yang digunakan dalam penelitian ini yaitu:

1. Variabel bebas

Pada penelitian ini variabel bebas adalah sebagai berikut:

- a. Tenaga kerja (X_1), tenaga kerja dihitung berdasarkan jumlah gaji yang dikeluarkan dalam satuan rupiah untuk 2 orang pekerja.
- b. Modal (X_2), modal di hitung berdasarkan jumlah pengeluaran total pada saat produksi garam dalam satuan rupiah.

2. Variabel terikat

Variabel terikat merupakan variabel yang hasil akhirnya dipengaruhi oleh variabel bebas. Pada umumnya variabel terikat dilambangkan dengan Y . Variabel terikat dalam

penelitian ini adalah hasil akhir berupa banyaknya hasil produksi garam (Y) yang dihitung dalam satuan rupiah.

B. Tahap pelaksanaan /Rancangan Penelitian

Adapun tahapan pelaksanaan penelitian ini adalah sebagai berikut:

1. Mengumpulkan data yaitu berupa data primer yang diperoleh dari hasil pencatatan dan wawancara langsung dengan pemilik industri garam UD Sira Kajhu, Aceh Besar. Data yang di dapat berupa data *input* tenaga kerja, *input* modal dan *output* hasil produksi garam pada Januari 2020 hingga Februari 2021.
2. Merumuskan masalah variabel *input* tenaga kerja, modal serta variabel *output* berupa hasil produksi garam menggunakan persamaan fungsi produksi *Cobb-Douglas* (Agung, 2016 dan Arif, 2013).

Fungsi produksi *Cobb-Douglas* merupakan fungsi tidak linier, sehingga untuk menyelesaikan fungsi *Cobb-Douglas* tersebut, persamaan *Cobb-Douglas* harus diubah menjadi bentuk linier dengan menggunakan logaritma natural (\ln) agar dapat dilanjutkan menggunakan metode analisis regresi linier berganda, untuk menghasilkan koefisien b_1 dan b_2 yang menunjukkan nilai elastisitas masing-masing *input* tenaga kerja dan modal. Sehingga persamaan berubah bentuk sebagai berikut (Nurprihatin & Tannady, 2017):

$$\ln Y = \ln b_0 + b_1 \ln X_1 + b_2 \ln X_2 \quad (1)$$

Dari bentuk transformasi fungsi produksi *Cobb-Douglas* kemudian diubah ke dalam bentuk asli fungsi produksi sebagai berikut:

$$Y = b_0 X_1^{b_1} X_2^{b_2} \quad (2)$$

di mana:

Y = *Output* produksi

X_1 = *Input* tenaga kerja

X_2 = *Input* modal

b_0 = Konstanta

b_1 = Elastisitas *input* tenaga kerja

b_2 = Elastisitas *input* modal

(Joesron et al., 2012).

3. Melakukan beberapa pengujian pada data yang sudah diubah ke dalam bentuk logaritma natural (ln) dengan menggunakan *software* SPSS
4. Analisis hasil persamaan *Cobb-Douglas*.
5. Mengubah fungsi produksi *Cobb-Douglas* ke dalam bentuk metode geometri diferensial Tujuan dari merepresentasikan fungsi produksi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial yaitu agar mendapat gambaran bagaimana bentuk permukaan dari suatu produksi Ioan (2014). Suatu fungsi produksi didefinisikan pada R^2 adalah $Y : D_p \rightarrow R^+$, dengan:

$$(X_1, X_2) \rightarrow Y(X_1, X_2) = b_0 X_1^{b_1} X_2^{b_2} \in R^+, \forall (X_1, X_2) \in D_p, b_1, b_2 \in R^+, b_0 > 0, \quad (3)$$

R^+ : Himpunan bilangan riil positif

D_p : Domain produksi

Untuk dapat menggunakan metode geometri diferensial maka haruslah $b_1 + b_2 = 1$, Jika $b_1 + b_2 \neq 1$ maka digunakan transformasi monoton positif fungsi utilitas *Cobb-Douglas*. Berikut persamaan normal utilitas yaitu:

$$U(X_1, X_2) = X_1^{b_1} X_2^{b_2} \quad (4)$$

Dengan menggunakan transformasi monoton positif dari fungsi utilitas *Cobb-Douglas*, jika menambahkan $1/(b_1 + b_2)$, maka diperoleh sebagai berikut:

$$Y(X_1, X_2) = [U(X_1, X_2)]^{\frac{1}{b_1+b_2}} = (X_1^{b_1} X_2^{b_2})^{\frac{1}{b_1+b_2}} = X_1^{\frac{b_1}{b_1+b_2}} X_2^{\frac{b_2}{b_1+b_2}} \quad (5)$$

Sehingga persamaan fungsi produksi *Cobb-Douglas* menjadi sebagai berikut:

$$Y(X_1, X_2) = X_1^{\frac{b_1}{b_1+b_2}} X_2^{\frac{b_2}{b_1+b_2}} = X_1^{b_1} X_2^{1-b_1} \quad (6)$$

(Coughlin, 2019).

Fungsi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial harus memiliki ketentuan seperti berikut:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} \geq 0, \frac{\partial Y}{\partial X_2} \geq 0, \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} \leq 0, \frac{\partial^2 Y}{\partial X_2^2} \leq 0$$

Pada persamaan diberikan turunan parsial orde pertama dan kedua dari fungsi produksi *Cobb-Douglas* yaitu:

$$p = \frac{\partial Y}{\partial X_1}, q = \frac{\partial Y}{\partial X_2}, r = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2}, s = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1 \partial X_2}, t = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_2^2} \quad (7)$$

Terdapat dua bentuk kuadratik dasar dalam menentukan sebuah permukaan (*surfaces*).

Bentuk kuadratik dasar yang pertama yaitu:

$$g = g_{11}dX_1^2 + 2g_{12}dX_1dX_2 + g_{22}dX_2^2 \quad (8)$$

di mana $g_{11} = 1 + p^2$, $g_{12} = pq$, dan $g_{22} = 1 + q^2$

Bentuk kuadratik dasar yang kedua yaitu:

$$h = h_{11}dX_1^2 + 2h_{12}dX_1dX_2 + h_{22}dX_2^2 \quad (9)$$

Untuk menghitung nilai delta pada persamaan fungsi produksi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial maka persamaan sebagai berikut:

$$\text{di mana } h_{11} = \frac{r}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}, h_{12} = \frac{s}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}, \text{ dan } h_{22} = \frac{t}{\sqrt{1 + p^2 + q^2}}$$

$$\delta = h_{11}h_{22} - h_{12}^2 \quad (10)$$

di mana:

p, q, r, s, t = Turunan parsial dari fungsi produksi *Cobb-Douglas*

g = Bentuk kuadratik dasar yang pertama pada permukaan

h = Bentuk kuadratik dasar yang kedua pada permukaan

δ = Nilai titik untuk membentuk permukaan

Dengan menggunakan geometri diferensial, suatu fungsi produksi dapat diketahui bentuk permukaan yang terbentuk setelah mendapatkan nilai dari δ . Jika $\delta > 0$ pada titik permukaan, maka membentuk sebuah permukaan eliptikal. Jika $\delta = 0$ pada titik permukaan, maka membentuk sebuah permukaan parabolik. Jika $\delta < 0$ pada titik permukaan, maka membentuk sebuah permukaan hiperbolik (Rahmani et al., 2015).

6. Menentukan permukaan yang terbentuk dari fungsi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial

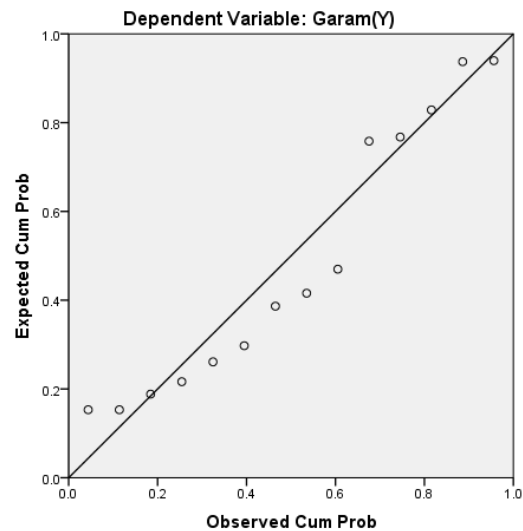
III. HASIL DAN PEMBAHASAN

A. Pengujian Data Dengan Metode Fungsi Produksi *Cobb-Douglas*

Tahapan pengujian terhadap data sebagai berikut (Nur, 2019):

1. Uji normalitas

Grafik uji normalitas dari data produksi garam dapat dilihat sebagai berikut:



Gambar 1. Uji normalitas dengan normal *p-p plot of regression standardized residual*

Dari Gambar 1 dapat disimpulkan bahwa model regresi telah memenuhi asumsi normalitas.

2. Uji multikolinearitas

Tabel uji multikolinearitas dari data produksi garam dapat dilihat sebagai berikut:

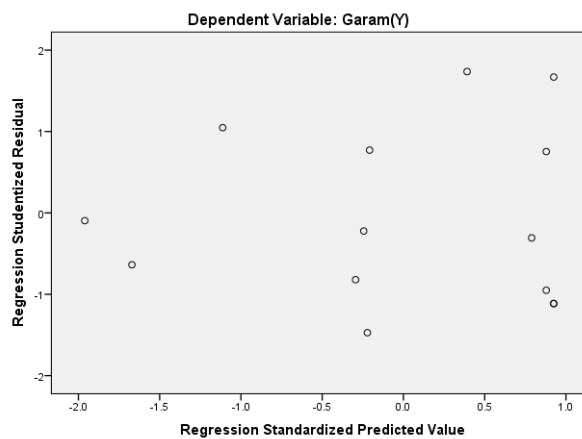
Tabel 1. Hasil uji multikolinearitas

Model	<i>Collinearity Statistics</i>	
	<i>Tolerance</i>	<i>VIF</i>
<i>(Constant)</i>		
TenagaKerja (X_1)	0,949	1,054
Modal (X_2)	0,949	1,054

Dari Tabel 1 dapat dilihat bahwa variabel tenaga kerja (X_1) dan modal (X_2) memiliki nilai $VIF < 10$ dan $tolerance\ value > 0,10$ sehingga data yang digunakan tidak terjadi multikolinearitas diantara variabel bebas dalam model regresi produksi garam.

3. Uji heteroskedastisitas

Jika tidak terjadi heteroskedastisitas dari suatu model regresi maka titik-titik yang terbentuk pada diagram *scatter plot* tidak membentuk pola tertentu. Diagram *scatter plot* dari data produksi garam dapat dilihat sebagai berikut:



Gambar 2. Uji heteroskedastisitas

Berdasarkan Gambar 2 dapat dilihat bahwa titik-titik menyebar secara acak dan tidak membentuk suatu pola tertentu. Sehingga dapat disimpulkan model regresi produksi garam tidak terjadi heteroskedastisitas sehingga model tersebut dapat digunakan untuk melihat pengaruh variabel bebas terhadap variabel terikat.

4. Uji autokorelasi

Dengan menggunakan tingkat signifikan $\alpha = 5\%$. Tabel uji autokorelasi dari data produksi garam dapat dilihat sebagai berikut:

Tabel 2. Hasil uji autokorelasi

Model	Adjusted R Square	Std. Error of the Estimate	Durbin-Watson
1	0,900	0,034116	1,600

Berdasarkan Tabel 2 nilai Durbin-Watson sebesar 1,600. Dengan data 14 sampel dan 2 variabel bebas, diketahui nilai $dl = 0,9054$, $du = 1,5507$ maka nilai Durbin-Watson berada di antara $du < d < 4 - du$ yaitu dengan nilai $1,5507 < 1,600 < 2,449$. Sehingga dapat disimpulkan bahwa data tidak mengalami autokorelasi.

5. Uji Hipotesis

Data yang digunakan pada uji hipotesis adalah data yang sudah diubah ke dalam bentuk logaritma natural (ln). Berikut tahapan pengujian hipotesis, yaitu (Setiawan, 2013):

1) Uji koefisien regresi simultan (uji F)

Untuk melakukan uji F maka tahapan yang harus dilakukan sebagai berikut:

a. Merumuskan hipotesis

$H_0 : X_1, X_2 = 0$, maka tenaga kerja dan modal secara simultan tidak berpengaruh terhadap produksi garam.

H_a : minimal satu dari $X_i \neq 0$, maka tenaga kerja dan modal secara simultan berpengaruh terhadap produksi garam.

b. Menentukan kriteria pengujian

Jika tolak $H_0 = F_{hitung} > F_{tabel}$, H_a diterima

Jika terima $H_0 = F_{hitung} < F_{tabel}$, H_a ditolak

Tabel uji F dari data produksi garam dapat dilihat sebagai berikut:

Tabel 3. Hasil uji F

Model	Uji F
<i>Regression</i>	59,561

Berdasarkan Tabel 3. nilai $F_{hitung} = 59,561 > F_{tabel} = 3,98$. Maka dapat diketahui hipotesis tolak H_0 sehingga H_a diterima yang berarti bahwa tenaga kerja (X_1) dan modal (X_2) secara simultan berpengaruh terhadap produksi garam.

2) Uji koefisien regresi parsial (uji t)

Uji t bertujuan untuk mengetahui pengaruh secara parsial dari masing-masing variabel bebas yang terdiri dari tenaga kerja dan modal terhadap hasil produksi garam. Tabel uji t dari data produksi garam dapat dilihat sebagai berikut:

Tabel 4. Hasil uji t

Model	Uji t
(Constant)	2,719
Tenaga Kerja (X_1)	3,427
Modal (X_2)	10,869

Pengujian variabel tenaga kerja (X_1) terhadap hasil produksi garam (Y). Untuk melakukan uji t maka tahapan yang harus dilakukan sebagai berikut:

a. Merumuskan hipotesis

$H_0 : X_1 = 0$, maka tenaga kerja secara parsial tidak berpengaruh terhadap produksi garam.

$H_a : X_1 \neq 0$, maka tenaga kerja secara parsial berpengaruh terhadap produksi garam.

b. Menentukan kriteria pengujian

Jika tolak $H_0 = t_{hitung} > t_{tabel}$, H_a diterima

Jika terima $H_0 = t_{hitung} \leq t_{tabel}$, H_a ditolak

Berdasarkan Tabel 4 nilai $t_{hitung} = 3,427 > t_{tabel} = 2,201$, maka dapat diketahui hipotesis tolak H_0 sehingga H_a diterima yang berarti bahwa tenaga kerja (X_1) berpengaruh terhadap produksi garam.

Pengujian variabel modal (X_2) terhadap hasil produksi garam. Untuk melakukan uji t maka tahapan yang harus dilakukan sebagai berikut:

a. Merumuskan hipotesis

$H_0 : X_2 = 0$, maka modal secara simultan tidak berpengaruh terhadap produksi garam.

$H_a : X_2 \neq 0$, maka modal secara simultan berpengaruh terhadap produksi garam.

c. Menentukan kriteria pengujian

ISSN: 2549-6700 (print), ISSN 2549-6719 (online)

Jika tolak $H_0 = t_{hitung} > t_{tabel}$, H_a diterima

Jika terima $H_0 = t_{hitung} \leq t_{tabel}$, H_a ditolak

Berdasarkan Tabel 4 nilai $t_{hitung} = 10,869 > t_{tabel} = 2,201$, maka dapat diketahui hipotesis tolak H_0 sehingga H_a diterima yang berarti bahwa modal (X_2) berpengaruh terhadap produksi garam.

3) Analisis regresi linier berganda menggunakan metode fungsi produksi *Cobb-Douglas*.

Setelah dilakukan uji asumsi klasik dan uji hipotesis, langkah selanjutnya yaitu menyelesaikan analisis regresi linier berganda menggunakan metode fungsi produksi *Cobb-Douglas* dengan dua variabel bebas dan satu variabel terikat. Tabel hasil analisis regresi linier berganda dari data produksi garam dapat dilihat sebagai berikut:

Tabel 5. Hasil koefisien analisis regresi berganda

Model	B
Konstanta	3,929
Tenaga Kerja (X_1)	0,246
Modal (X_2)	0,548

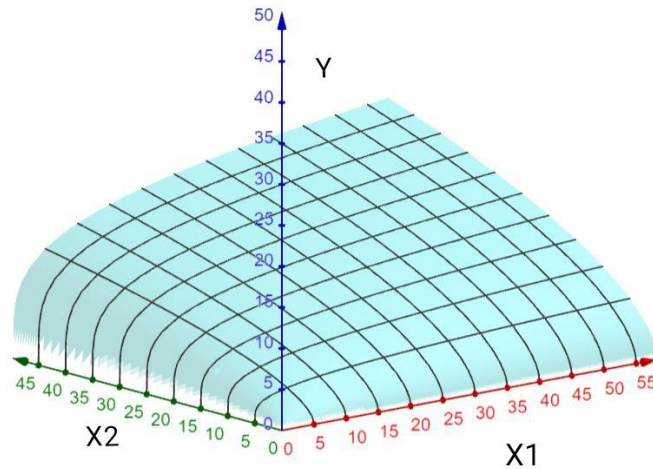
Dari Tabel 5. maka didapat nilai pendugaan koefisien pangkat masing-masing variabel yaitu $b_0 = 3,929$, $b_1 = 0,246$ dan $b_2 = 0,548$ sehingga pendugaan model produksi *Cobb-Douglas* dengan menggunakan analisis regresi linier berganda adalah:

$$\ln Y = \ln 3,929 + 0,246 \ln X_1 + 0,548 \ln X_2 \quad (11)$$

Dari bentuk transformasi fungsi *Cobb-Douglas* pada Persamaan (11) maka bentuk tersebut diubah kembali ke dalam bentuk asli fungsi produksi *Cobb-Douglas*, sehingga persamaan berubah menjadi:

$$Y = 3,929 X_1^{0,246} X_2^{0,548} \quad (12)$$

Dari hasil penyelesaian metode *Cobb-Douglas* pada Persamaan (12) maka dapat dilihat kondisi skala hasil pada produksi garam di UD Sira Kajhu. Berikut dapat di lihat gambar kondisi skala menurun (*decreasing return to scale*).



Gambar 3. Kondisi skala menurun (*decreasing return to scale*).

Dari Gambar 3 dapat dilihat bahwa modal dan tenaga kerja sangat berpengaruh terhadap hasil produksi. Artinya jika modal dan tenaga kerja ditambahkan, maka hasil produksi juga bertambah sebanyak pertambahan modal dan tenaga kerja.

Secara analisis dengan menggunakan Tabel 5, dapat dilihat besarnya elastisitas dari masing-masing variabel bebas, dengan melihat besarnya koefisien pangkat pada setiap variabel bebas. Nilai elastisitas dari variabel bebas tenaga kerja (X_1) yaitu sebesar 0,246 yang menunjukkan bahwa $0,246 < 1$ bersifat inelastis sehingga jika tenaga kerja (X_1) mengalami peningkatan sebesar 1 rupiah maka produksi garam (Y) meningkat sebesar 0,246 rupiah dan nilai elastisitas dari variabel bebas modal (X_2) yaitu sebesar 0,548 yang menunjukkan bahwa $0,548 < 1$ bersifat inelastis sehingga jika modal (X_2) mengalami peningkatan sebesar 1 rupiah maka produksi garam (Y) meningkat sebesar 0,548 rupiah. Besarnya nilai elastisitas modal (X_2) dibandingkan dengan tenaga kerja (X_1) berarti untuk mendapatkan hasil yang optimal industri garam UD Sira Kajhu dapat menambahkan *input* modal agar produksi garam di UD Sira Kajhu meningkat.

Untuk dapat mengetahui besarnya *return to scale* (skala hasil) pada produksi garam yaitu dengan menjumlahkan koefisien pangkat masing-masing variable bebas ($0,246 + 0,548 = 0,794$). Karena hasil penjumlahan koefisien pangkat masing-masing variabel bebas bernilai lebih kecil dari 1 maka dapat disimpulkan hasil produksi garam berada pada kondisi skala menurun (*decreasing return to scale*) yang berarti jika terjadi

penambahan faktor produksi menghasilkan tambahan hasil produksi yang nilainya lebih kecil, yaitu apabila terjadi peningkatan pada *input* tenaga kerja (X_1) dan modal (X_2) secara proporsional sebesar 1 rupiah maka menyebabkan peningkatan terhadap produksi garam (Y) sebesar 0,794 rupiah.

B. Analisis Fungsi Produksi *Cobb-Douglas* Secara Geometri Diferensial

Setelah menyelesaikan tahapan metode fungsi produksi *Cobb-Douglas*, selanjutnya dilakukan analisis secara geometri diferensial.

Fungsi produksi *Cobb-Douglas* dapat direpresentasikan dengan menggunakan geometri diferensial dengan syarat, yaitu $Y(0,0) = 0$, dan turunan memiliki ketentuan seperti berikut:

$$\frac{\partial Y}{\partial X_1} \geq 0, \frac{\partial Y}{\partial X_2} \geq 0, \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} \leq 0, \frac{\partial^2 Y}{\partial X_2^2} \leq 0$$

Metode geometri diferensial hanya dapat digunakan untuk fungsi produksi yang konstan ($b_1 + b_2 = 1$). Untuk dapat digunakan metode geometri diferensial, jika ($b_1 + b_2 \neq 1$) maka digunakan transformasi monoton positif fungsi utilitas *Cobb-Douglas* untuk dapat digunakan metode geometri diferensial.

Fungsi produksi *Cobb-Douglas* yang ada pada Persamaan (12) diubah ke dalam bentuk metode transformasi monoton positif fungsi utilitas *Cobb-Douglas* pada Persamaan (5), maka diasumsikan bahwa nilai b_0 konstan (tidak berubah) sehingga setiap pangkat dijumlahkan dan dibagi dengan hasil penjumlahan untuk masing-masing pangkat, yang mengakibatkan model fungsi produksi *Cobb-Douglas* yang baru. Sehingga persamaan model fungsi produksi *Cobb-Douglas* yang baru sebagai berikut:

$$Y = 3,929 X_1^{\frac{0,246}{0,794}} X_2^{\frac{0,548}{0,794}}$$
$$Y^* = 3,929 X_1^{b_1^*} X_2^{b_2^*} = 3,929 X_1^{0,310} X_2^{0,690} \quad (13)$$

Dengan menggunakan Persamaan (13), dibentuk fungsi produksi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial sehingga menghasilkan suatu permukaan. Diberikan turunan parsial orde pertama dan kedua dari fungsi produksi *Cobb-Douglas* sebagai berikut:

$$p = \frac{\partial Y}{\partial X_1} = b_0 b_1^* X_1^{b_1^*-1} X_2^{b_2^*} = (3,929)(0,310)X_1^{(0,310-1)} X_2^{0,690} = 1,218 X_1^{-0,690} X_2^{0,690}$$

$$q = \frac{\partial Y}{\partial X_2} = b_0 b_2^* X_1^{b_1^*} X_2^{b_2^*-1} = (3,929)(0,690)X_1^{0,310} X_2^{(0,690-1)} = 2,711 X_1^{0,310} X_2^{-0,310}$$

$$r = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1^2} = b_0 b_1^* (b_1^* - 1) X_1^{b_1^*-2} X_2^{b_2^*} = (3,929)(0,310)(0,310 - 1) X_1^{(0,310-2)} X_2^{0,690} = -0,840 X_1^{-1,690} X_2^{0,690}$$

$$s = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_1 \partial X_2} = b_0 b_1^* b_2^* X_1^{b_1^*-1} X_2^{b_2^*-1} = (3,929)(0,310)(0,690) X_1^{(0,310-1)} X_2^{(0,690-1)} = 0,840 X_1^{-0,690} X_2^{-0,310}$$

$$t = \frac{\partial^2 Y}{\partial X_2^2} = b_0 b_2^* (b_2^* - 1) X_1^{b_1^*} X_2^{b_2^*-2} = (3,929)(0,690)(0,690 - 1) X_1^{0,310} X_2^{(0,690-2)} = -0,840 X_1^{0,310} X_2^{-1,310}$$

Bentuk kuadratik dasar yang kedua dari suatu permukaan yaitu:

$$h_{11} = \frac{r}{\sqrt{1+p^2+q^2}} = \frac{-0,840 X_1^{-1,690} X_2^{0,690}}{\sqrt{1+(1,484 X_1^{-1,380} X_2^{1,380})+(7,350 X_1^{0,620} X_2^{-0,620})}}$$

$$h_{12} = \frac{s}{\sqrt{1+p^2+q^2}} = \frac{0,840 X_1^{-0,690} X_2^{-0,310}}{\sqrt{1+(1,484 X_1^{-1,380} X_2^{1,380})+(7,350 X_1^{0,620} X_2^{-0,620})}}$$

$$h_{22} = \frac{t}{\sqrt{1+p^2+q^2}} = \frac{-0,840 X_1^{0,310} X_2^{-1,310}}{\sqrt{1+(1,484 X_1^{-1,380} X_2^{1,380})+(7,350 X_1^{0,620} X_2^{-0,620})}}$$

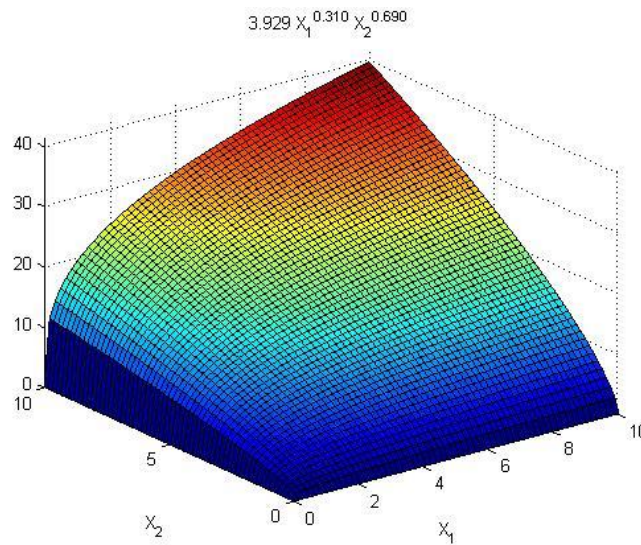
Sehingga:

$$h = h_{11} dX_1^2 + 2h_{12} dX_1 dX_2 + h_{22} dX_2^2$$

Setelah mendapatkan nilai masing-masing h, maka didapat nilai dari δ dengan menggunakan persamaan (10), yang menggambarkan bentuk dari permukaan fungsi produksi.

$$\delta = \frac{0}{1+1,484 X_1^{-1,380} X_2^{1,380} + 7,350 X_1^{0,620} X_2^{-0,620}} \tag{14}$$

Diperoleh nilai $\delta = 0$, maka permukaan fungsi produksi yang terbentuk adalah permukaan parabolik. Berikut adalah gambar permukaan parabolik dari fungsi produksi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial.



Gambar 4. Permukaan parabolik

Berdasarkan Gambar 4 maka dapat disimpulkan bahwa dengan menggunakan pendekatan regresi linier berganda metode *Cobb-Douglas* memiliki hasil gambar yang sesuai dengan bentuk persamaan *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial dengan bentuk permukaan parabolik, yang berarti input tenaga kerja dan modal berpengaruh terhadap hasil produksi garam di UD Sira Kajhu, pada Gambar 4 terlihat bahwa modal lebih berpengaruh dibandingkan dengan tenaga kerja terhadap hasil produksi garam di UD Sira Kajhu.

IV. KESIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil analisis dan pembahasan, maka dapat disimpulkan sebagai berikut:

1. Menggunakan model analisis fungsi produksi *Cobb-Douglas* dapat diketahui bahwa variabel bebas tenaga kerja (X_1) dan modal (X_2) berpengaruh terhadap produksi garam (Y) di UD Sira Kajhu. Berdasarkan nilai variabel bebas dapat diketahui besarnya nilai elastisitas dari variabel bebas tenaga kerja (X_1) yaitu sebesar 0,246 yang menunjukkan bahwa $0,246 < 1$ bersifat inelastis dan nilai elastisitas dari variabel bebas modal (X_2) yaitu sebesar 0,548 yang menunjukkan bahwa $0,548 < 1$ bersifat inelastis. Kondisi industri UD Sira Kajhu pada periode Januari 2020 hingga Februari 2021 dilihat dari parameter variabel bebas ($0,246 + 0,548 = 0,794$) skala hasilnya berada pada kondisi skala menurun (*decreasing return to scale*).

2. Hasil analisis fungsi produksi *Cobb-Douglas* secara geometri diferensial diperoleh nilai $\delta = 0$ dengan permukaan berbentuk parabolic.

DAFTAR PUSTAKA

- Agung, S. (2016). *Analisis Fungsi Produksi Wakaf Dengan Metode Cobb-Douglas Pada Yayasan Badan Wakaf*. Universitas Airlangga, Surabaya.
- Arif, A. (2013). *Estimasi Parameter Fungsi Produksi Cobb-Douglas Dengan Iterasi Nonlinear Least Square*. Universitas Islam Negeri Maulana Malik Ibrahim, Malang.
- Cobb, C. W. & Douglas, P. H. (1928). A Theory of Production. *American Economic Review*, 18, 139–165.
- Caughlin, M. (2019). Intermediate Microeconomic Theory. *Economics 3030*. Cornell University.
- Gultom, I. T. (2020). Analisis Produktivitas Dengan Menggunakan Metode Fungsi Produksi *Cobb-Douglas* Pada Pt. Gold Coin Indonesiakim Ii Mabar. Universitas Medan Area, Medan.
- Ioan, A.C. (2014). A Study of *Cobb-Douglas* Production Function with Differential Geometry, *Euroeconomica*, 10(6), 67-74.
- Joesron, Tati Suhartati, & M. Fathorrazi. (2012). *Teori Ekonomi Mikro (Dilengkapi Beberapa Bentuk Fungsi Produksi)*. Graha Ilmu. Yogyakarta.
- Jumriati. (2017). *Analisis Tingkat Pendapatan petani Garam di Desa Soreang Kecamatan Mappakasunggu Kabupaten Takalar*. Universitas Islam Negeri Alauddin, Makassar.
- Muhamad, S. & Rizal, A. (2017). Efisiensi Usaha Peternakan Ayam Ras Petelur Di Kabupaten Lombok Timur. *Journal Ilmiah Rinjani*, 5(2), 115–131.
- Nurunnajib, A. F., Wulan, E. R., & Awalluddin, A. S. (2015). Estimasi Parameter pada Fungsi Produksi *Cobb-Douglas* Non-Linier Menggunakan Metode Least Square. *Jurnal Publikasi Ilmiah Matematika*, 1(1), 29–37.
- Nur, A. A. (2019). *Regresi Berganda (Multiple Regression)*. Universitas Kaltara, Kalimantan Utara.
- Nurprihatin, F., & Tannady, H. (2017). Pengukuran Produktivitas Menggunakan Fungsi *Cobb-Douglas* Berdasarkan Jam Kerja Efektif. *JIEMS (Journal of Industrial Engineering and*

Management Systems), 10(1), 34-45.

Purniawati, F. H. (2009). *Aplikasi Fungsi Produksi Cobb-Douglas Dalam Mengestimasi Pendapatan Pajak Hotel Kota Surakarta Berdasarkan Jumlah Tenaga Kerja Dan Pengunjung Hotel*. Universitas Sebelas Maret, Surakarta.

Rahmani, S. A., Wibowo, S., & Muslich. (2015). *Analisis Fungsi Produksi Cobb-Douglas Secara Geometri Diferensial Pada Pertumbuhan Ekonomi Di Indonesia*. Universitas Sebelas Maret, Surakarta.

Setiawan, B. (2013). *Teknik Hitung Manual Analisis Regresi Linear Berganda Dua Variabel Bebas*. Andi: Yogyakarta

Tira, I. P. (1985). Analisis Faktor-Faktor Produksi Pada Industri Semen di Indonesia. *Journal of Economic & Development*, 10(1), 31–55

Turmudi, M. (2017). Produksi Dalam Perspektif Ekonomi Islam. *Islamadina*, 18(1), 37- 56