

Pendampingan Guru Matematika Sekolah Menengah dalam Pembuktian Matematika

Yusuf Hartono¹, Darmawijoyo², Somakim³, Fitri Maya Puspita⁴, Novita Sari⁵, Ruth Helen Simarmata⁶, Erika Kurniadi⁷

Keywords :

Pembuktian Matematika;
Persepsi;
Pengabdian kepada
Masyarakat.

Correspondensi Author

⁵Pendidikan Matematika,
Universitas Sriwijaya
Jl. Gubernur H.A. Bastari Lrg.
Bersama 2 No. 623, Kel. 8 Ulu,
Kec. Jakabaring, Palembang
Email: novitasari@fkip.unsri.ac.id

History Article

Received: 21-12-2020;

Reviewed: 20-01-2021;

Revised: 10-02-2021;

Accepted: 18-02-2021;

Published: 23-02-2021.

Abstrak. Tujuan kegiatan pengabdian ini adalah untuk mendampingi guru dalam melakukan pembuktian matematika. Metode pelaksanaan kegiatan yaitu presentasi dan pendampingan yang terdiri dari tiga tahapan yaitu persiapan, pelaksanaan, dan penyusunan laporan. Pelaksanaan kegiatan dilakukan sebanyak tiga kali pertemuan tatap maya meliputi pemberian materi dari narasumber dan presentasi tugas oleh peserta. Data yang diperoleh dari kegiatan ini adalah berupa persepsi guru terhadap bukti matematika, pendapat peserta terhadap kegiatan, dan dokumentasi tugas peserta yang dianalisis secara deskriptif kuantitatif. Hasil yang diperoleh yaitu persepsi guru tentang bukti matematika meningkat, pendapat peserta terhadap kegiatan ini sangat baik, dan meningkatnya kemampuan guru dalam pembuktian matematika.

Abstract. The aim of this community service activity is to assist teachers in doing mathematical proof. The methods of implementing this activity are presentation and mentoring which consist of three stages, namely preparation, implementation, and report. The activity was carried out in three virtual meetings including the presentation of materials by the speakers and the presentation of assignments by the participants. The data obtained in this activity were teachers' perceptions of mathematical proof, participants' responds, and documentation of participants' assignments which were analyzed descriptively and quantitatively. The results obtained were that the teachers' perception of mathematical proof increased, the participants' responds on this activity were good, and the teachers' competence to do mathematical proof increased.

PENDAHULUAN

Pembuktian merupakan hal penting yang tidak dapat dipisahkan dalam bidang matematika. Pembuktian matematika juga merupakan esensi dari berpikir matematis serta penalaran deduktif. Kemampuan pembuktian matematis merupakan kemampuan yang fundamental dalam dapat melatih alur berpikir matematis dan lebih jauh lagi dapat

mengembangkan ilmu matematika. Selain itu, pembuktian matematika dapat mengasah kemampuan berpikir kritis dan kreatif.

Menurut Russefendi, matematika sering disebut ilmu deduktif karena matematika tersusun dari unsur-unsur yang tidak didefinisikan, definisi-definisi, aksioma-aksioma, dan teorema-teorema, di mana setelah teorema-teorema dibuktikan, kebenarannya berlaku secara umum (Rahmah, 2013).

Pembuktian matematika dapat didefinisikan sebagai suatu cara untuk mendemonstrasikan atau menunjukkan dengan bantuan logika dan matematika bahwa rumus, teorema, dalil, dan sebagainya itu benar. Lebih lanjut, Lithner menyatakan bahwa pembuktian sebenarnya merupakan inti dari penalaran logika Harini & Oka (2016).

Sebagai inti dari penalaran logika, dalam pembelajaran matematika di sekolah sudah seharusnya diterapkan pembelajaran pembuktian. Rochmad (2010) mengatakan matematika hanya akan menjadi suatu materi yang berupa serangkaian prosedur dan meniru contoh-contoh tanpa memahami maknanya jika kemampuan penalaran tidak dikembangkan pada diri siswa. Hal ini bertentangan dengan tujuan terpenting dari pembelajaran matematika yaitu melatih penalaran logika pada siswa. Artinya, mempelajari matematika tidak bisa dilepaskan dari belajar pembuktian matematika dan bagaimana menyusunnya. Tentunya hal ini sejalan dengan pernyataan Stylianides (2007) bahwa bukti adalah dasar dalam pemahaman matematika dan hal yang sangat penting bagi pengembangan, pembentukan, dan komunikasi pengetahuan matematika.

Untuk itu, perlu dilakukan pengkajian tentang pembelajaran pembuktian sesuai dengan pernyataan Dickerson yang dikutip oleh Syafri (2017) bahwa pengkajian dan pembelajaran adalah komponen penting dalam peningkatan pembelajaran matematika secara menyeluruh. Dickerson menyatakan bahwa terdapat beberapa alasan perlunya pengajaran pembuktian yaitu: 1) bukti adalah bagian integral dalam matematika, 2) untuk verifikasi dan penemuan fakta, 3) untuk pengembangan kemampuan berpikir logis dan kritis siswa, dan 4) mempercepat dan meningkatkan pemahaman matematik siswa.

Namun demikian, kurikulum mata pelajaran matematika baik dokumen maupun prakteknya jarang memuat pembuktian matematika secara eksplisit sebagai topik matematika khususnya di jenjang sekolah menengah. Pembelajaran matematika pada prakteknya hanya sebatas mempelajari rumus-rumus matematika dan bagaimana mengaplikasikannya. Pembelajaran yang tidak menerapkan pembuktian rumus-rumus berakibat lemahnya kemampuan siswa dan guru dalam menyusun bukti. Jika sudah seperti itu, siswa pun akan berpikir bahwa melakukan pembuktian matematika tidak terlalu penting dalam mempelajari matematika.

Pembuktian matematika tidak bisa dikatakan mudah pada awalnya karena dalam melakukan pembuktian diperlukan kemampuan berpikir logis. Hal ini terkadang memunculkan persepsi guru bahwa melakukan pembuktian matematika sangat sulit dan hanya matematikawan saja yang dapat melakukannya. Akibat lainnya pembelajaran bukti matematika dianggap tidak cocok untuk siswa bahkan siswa sekolah menengah atas sekalipun. Selain itu, tidak jarang orang memiliki persepsi bahwa bukti matematis hanya cocok diterapkan pada pembelajaran geometri.

Seharusnya guru matematika yang berperan penting dalam proses pembelajaran memiliki tugas dan tanggung jawab untuk meningkatkan kemampuan pembuktian matematika siswa. Akan tetapi, kebanyakan guru belum memiliki kompetensi yang memadai dalam menyusun pembuktian matematika. Moore menyatakan bahwa penyebab dari kesulitan melakukan pembuktian matematika, yaitu (1) pemahaman konsep (definisi, gambar, dan kegunaan); (2) kekurangan pengetahuan logika dan metode pembuktian, dan (3) keterbatasan dari bahasa dan notasi (Yanti & Yunita, 2020). Selain itu, menurut Stefanowicz dalam Sumardyono (2018) bahwa dalam menyusun bukti sering terjadi kesalahan-kesalahan seperti: (1) kekeliruan memahami definisi, (2) kekurangan kata-kata atau penjelasan, (3) kekurangpahaman atau ketidaktahuan bukti, serta (4) langkah atau prosedur yang keliru.

Hodds mengatakan bahwa dalam pembuktian matematis terdapat dua kemampuan, yaitu kemampuan memahami bukti dan kemampuan mengonstruksi bukti (Herizal, Suhendra, & Nurlaelah, 2020). Hodds menjelaskan bahwa memahami bukti matematis adalah suatu kemampuan yang melibatkan keseluruhan pemahaman tentang suatu bukti, logika di belakang bukti, mengapa mengonstruksi sebuah bukti dengan cara demikian atau memutuskan apakah bukti tersebut valid atau tidak. Sementara itu, kemampuan mengonstruksi bukti matematis merupakan suatu kemampuan menyusun suatu bukti dari pernyataan matematika berdasarkan definisi, prinsip, teorema serta menuliskannya dalam bentuk pembuktian lengkap (Sumarmo, 2011).

Metode pembuktian dalam matematika ada empat, yaitu pembuktian langsung, pembuktian tidak langsung dengan kontraposisi,

pembuktian langsung dengan kontradiksi, dan induksi matematika. Pembuktian langsung adalah pembuktian suatu teorema, proposisi matematika tanpa mengubah susunan kalimat tersebut. Dengan kata lain untuk membuktikan kebenaran pernyataan implikasi $p \rightarrow q$. Pembuktian diawali dengan memisalkan p benar, maka harus dibuktikan bahwa q juga benar. Pembuktian tidak langsung dengan kontraposisi terkadang sulit atau bahkan sangat sulit dilakukan. Untuk itu, pembuktian dapat dilakukan dengan cara lain yaitu pembuktian tidak langsung. Dalam beberapa kasus, pembuktian tidak langsung menjadi satu-satunya cara yang ditempuh. Pembuktian tidak langsung adalah pembuktian suatu pernyataan matematika dengan mengubah susunan kalimat tersebut. Ada dua jenis pembuktian tidak langsung, yaitu dengan kontraposisi dan dengan kontradiksi. Pembuktian tidak langsung dengan kontradiksi dilakukan untuk membuktikan ingkaran dari suatu pernyataan implikasi bernilai salah. Nilai kebenaran dari suatu pernyataan implikasi selalu berlawanan dengan kebenaran ingkarannya. Artinya jika ingkaran dari pernyataan implikasi bernilai salah maka pernyataan implikasi bernilai benar. Induksi matematika adalah metode pembuktian apakah suatu pernyataan matematika berlaku untuk setiap bilangan asli. Metode induksi matematis untuk membuktikan pernyataan $P(n)$ untuk n sebarang bilangan asli terdiri dari langkah dasar dan langkah induktif. Langkah dasar yaitu membuktikan pernyataan $P(n)$ benar untuk n yang paling kecil. Langkah induktif yaitu pembuktian pernyataan “Jika $P(k)$ benar untuk sebarang bilangan asli $n = k$ maka $P(k + 1)$ benar. Biasanya dalam pembelajaran di sekolah, langkah induktif dibagi menjadi 2 langkah, yaitu pemisalan untuk $n = k$ dan pembuktian untuk $n = k + 1$.

Berdasarkan analisis situasi yang telah dijabarkan, permasalahan umum yang diidentifikasi adalah guru-guru matematika sekolah menengah jarang membahas pembuktian matematika terhadap teorema atau rumus dalam pembelajaran dikarenakan kurangnya kompetensi guru dalam menyusun bukti matematis. Secara rinci, permasalahan yang dihadapi guru, yaitu: (1) Kurang mengetahui bagaimana menggunakan definisi dan atau teorema pendukung untuk melakukan pembuktian matematika; (2) Belum terbiasa mengajarkan pembuktian matematika dalam pembelajaran matematika; (3) Cenderung lupa

terhadap metode-metode pembuktian matematika; (4) Terkadang tidak mengetahui bagaimana memulai pembuktian.

Kegiatan pengabdian pada masyarakat yang direncanakan ini mencakup pendampingan guru-guru Matematika Sekolah Menengah untuk meningkatkan kemampuannya dalam pembuktian matematika. Kegiatan pendampingan ini bertujuan untuk meningkatkan pengetahuan dan keterampilan guru matematika sekolah menengah Kota Palembang dalam pembuktian matematika.

METODE

Khalayak yang menjadi sasaran dari kegiatan pengabdian ini adalah 74 guru matematika sekolah menengah dari berbagai provinsi yang tersebar di Indonesia. Metode pelaksanaan kegiatan terdiri dari tiga tahapan, yaitu tahap persiapan, tahap pelaksanaan, dan tahap penyusunan laporan.

1. Tahapan persiapan meliputi kegiatan membuat proposal pengabdian, melakukan diskusi mengenai rencana kegiatan, menetapkan waktu pelaksanaan dan materi tentang pembuktian matematika, serta mengurus perizinan.
2. Tahapan pelaksanaan meliputi kegiatan seminar *online* untuk menyajikan materi terkait pembuktian matematika, pemberian tugas pembuktian, pendampingan dalam pembuktian matematika, penyajian hasil pembuktian matematika yang dibuat oleh peserta, dan revisi tugas oleh peserta. Pada tahap ini, peserta diberikan angket mengenai persepsi guru terhadap bukti matematika sebelum dan sesudah mendapatkan materi dari narasumber.
3. Tahapan penyusunan laporan pengabdian pada masyarakat meliputi kegiatan evaluasi, membuat luaran penelitian, dan laporan akhir. Evaluasi dilakukan dengan menyebarkan angket mengenai respon peserta terhadap kegiatan pendampingan dalam pembuktian matematika. Luaran dari kegiatan ini adalah meningkatnya kemampuan guru dalam pembuktian matematika dan tugas peserta dimuat dalam buku ber-ISBN).

Data persepsi guru terhadap bukti matematika diolah menggunakan rumus berikut.

$$\text{Rerata skor } (\bar{x}) = \frac{\text{Total skor tiap pernyataan}}{\text{Banyak peserta}}$$

dan

$$\text{Persentase skor} = \frac{\text{Total skor tiap pernyataan}}{\text{Total skor maksimum}} \times 100\%$$

Selanjutnya data dianalisis berdasarkan kategori berikut.

Tabel 1. Kategori rerata persepsi guru terhadap bukti matematika

Rerata	Kategori
$1 \leq \bar{x} < 1,75$	Sangat Tidak Setuju
$1,75 \leq \bar{x} < 2,5$	Kurang Setuju
$2,5 \leq \bar{x} < 3,25$	Setuju
$3,25 \leq \bar{x} \leq 4$	Sangat Setuju

HASIL DAN PEMBAHASAN

Kegiatan pendampingan guru dalam pembuktian matematika terbuka untuk seluruh guru matematika sekolah menengah. Hal ini dikarenakan pelaksanaan kegiatan yang dilakukan secara virtual melalui *zoom meeting* sehingga guru matematika sekolah menengah yang berminat bisa mengikuti kegiatan ini. Peserta yang mengikuti kegiatan PkM ini berasal dari berbagai provinsi di Indonesia,

seperti Sumatera Selatan, Lampung, Bangka Belitung, DI Aceh, DKI Jakarta, Jawa Barat, Kalimantan Barat, dan Nusa Tenggara Barat, termasuk guru-guru di daerah 3T (tertinggal, terdepan, dan terluar Indonesia), seperti Rawajitu Selatan.

Kegiatan ini terdiri dari tiga tahapan, yaitu persiapan, pelaksanaan, dan pelaporan. Persiapan dilakukan dengan membuat proposal kegiatan dan diajukan ke Universitas untuk didanai oleh dana PNBPU Universitas Sriwijaya. Selanjutnya tim melakukan rapat untuk mendiskusikan rencana kegiatan meliputi jadwal kegiatan, materi yang akan disampaikan, susunan acara, sistem pelaksanaan, dan instrumen kegiatan. Hasil yang diperoleh adalah kegiatan dilakukan selama 4 minggu, yaitu penyampaian materi sesi pertama pada tanggal 7 November 2020, penyampaian materi kedua pada tanggal 14 November 2020, presentasi tugas pada tanggal 21 November 2020, dan pengumpulan revisi tugas pada tanggal 28 November 2020. Ringkasan rangkaian kegiatan tersebut disajikan pada Tabel 2 berikut.

Tabel 2. Jadwal pelaksanaan kegiatan pendampingan

Narasumber/ Penanggung Jawab	Materi/ Tugas
Dr. Darmawijoyo, M.Si.	<i>Sense Making and The Language of Mathematics</i>
Dr. Somakim, M.Pd.	Filsafat Pembuktian dalam Matematika
Dr. Yusuf Hartono, M.Sc.	Metode dan Strategi Pembuktian dalam Matematika
Dr. Fitri Maya Puspita, M.Sc.	Teknik Penulisan Bukti Matematika
Ruth Helen Simarmata, M.PMat,, M.Pd.	Koordinasi pendampingan dan pengumpulan tugas peserta
Novita Sari, M.Pd.	Koordinasi revisi tugas, pendampingan, dan pengumpulan tugas peserta

Seluruh rangkaian kegiatan PkM ini dilakukan melalui *whatsapp* dan *zoom meeting*. Selain itu, khusus sesi pertama sampai sesi ketiga ditayangkan live di *channel Youtube Pendidikan Matematika FKIP Unsri*. Selanjutnya, Pengumuman mengenai kegiatan dimuat dalam bentuk *e-flyer* yang disebarluaskan melalui grup *whatsapp*, *facebook*, dan *instagram*. Selanjutnya, untuk memudahkan koordinasi dan penyampaian informasi mengenai kegiatan dibuat grup peserta PkM pembuktian matematika. Peserta yang telah mendaftar diundang ke dalam grup tersebut. Pada tahap ini, instrumen berupa angket persepsi

guru sekolah menengah terhadap bukti matematis dan tugas pembuktian matematika disusun. Angket persepsi terdiri dari 16 pernyataan yang memuat 12 pernyataan positif dan 4 pernyataan negatif. Tugas pembuktian matematika dibagi menjadi 4 bidang matematika, yaitu geometri, aljabar, analisis, dan kombinatorika.

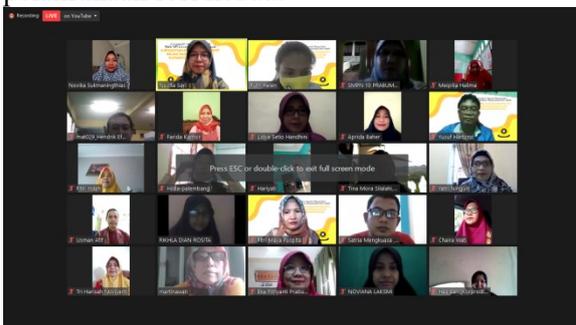
Pelaksanaan sesi pertama pada tanggal 7 November 2020 dilakukan dengan lancar dimana peserta yang hadir sebanyak 74 guru matematika sekolah menengah. Peserta terlihat sangat antusias mengikuti kegiatan ini. Materi yang disampaikan adalah *Sense Making and The*

Language of Mathematics mengenai bahasa matematika yang penting tapi terkadang tidak semua guru matematika dapat menggunakannya dengan tepat. Selanjutnya, materi yang diberikan mengenai tentang filsafat pembuktian dalam matematika. Metode diskusi dan tanya jawab dilakukan saat penyampaian materi agar peserta dapat langsung berdiskusi dengan narasumber. Berikut ini adalah dokumentasi pelaksanaan sesi pertama.



Gambar 1. Kegiatan penyampaian materi di pertemuan pertama

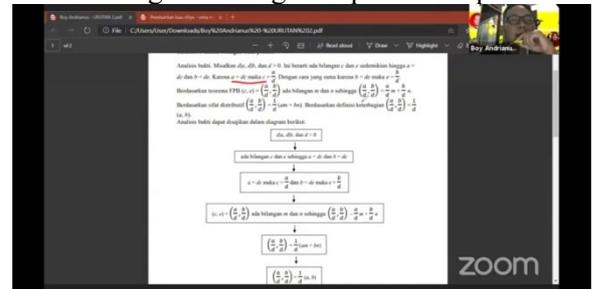
Pelaksanaan sesi kedua pada tanggal 14 November 2020 dihadiri 64 guru matematika sekolah menengah. Peserta yang hadir masih sangat antusias untuk mempelajari bagaimana metode dan strategi pembuktian dalam matematika serta bagaimana teknik penulisan bukti matematika yang tepat. Hal ini terlihat dari pertanyaan-pertanyaan yang diberikan peserta dan diskusi mengenai bukti matematika jika diterapkan di sekolah. Di akhir kegiatan tim PkM memberikan tugas kepada peserta dan tugas dikumpulkan pada tanggal 20 November 2020. Berikut ini adalah dokumentasi pelaksanaan sesi kedua.



Gambar 2. Kegiatan Penyampaian Materi di Pertemuan Kedua

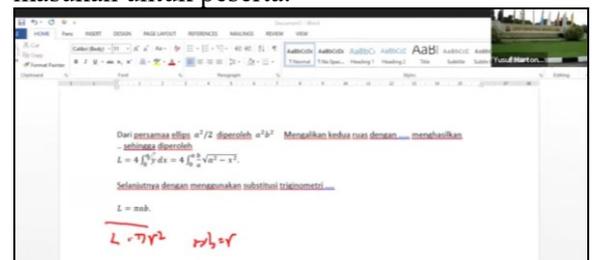
Pelaksanaan sesi ketiga pada tanggal 21 November 2020 dihadiri 54 guru matematika sekolah menengah. Peserta yang hadir berkurang lagi dari jumlah peserta sebelumnya tapi tetap tidak mengurangi antusias peserta

yang hadir. Kegiatan yang dilakukan adalah presentasi tugas pembuktian yang telah disusun oleh peserta. yang diwakili oleh 3 peserta saja. Berikut ini gambar kegiatan presentasi peserta.



Gambar 3. Peserta mempresentasikan tugasnya

Pada tahap ini peserta diberikan masukan oleh pakar yaitu narasumber untuk revisi pembuktian yang telah disusun. Masukan yang diberikan juga dapat diterapkan oleh peserta lainnya. Gambar 4 berikut adalah tangkapan layar saat narasumber memberikan masukan untuk peserta.



Gambar 4. Narasumber memberikan komentar dan masukan terhadap tugas peserta

Pada kesempatan ini, Dr. Yusuf Hartono, M.Sc. juga membagikan ilmu tentang mengetik simbol matematika menggunakan *equation* di *Ms. Word*. Beliau sharing cara mengetik di *equation* dengan mudah tanpa harus mencari bentuk-bentuk simbol yang sesuai, tapi cukup dengan kode saja. Misalnya untuk menggunakan simbol integral, cukup ketik \int untuk simbol integral, $\sqrt{\quad}$ untuk simbol akar, dsb.

Setelah sesi ini selesai, seluruh peserta diberikan masukan sebagai bahan revisi tugas dan diberikan pendampingan melalui *whatsapp* untuk selanjutnya dikumpulkan. Tugas yang telah direvisi dan yang telah memenuhi standar dijadikan bagian dari *book chapter* luaran dari penelitian ini sehingga dapat digunakan guru tersebut untuk pengusulan Daftar Usulan Penetapan Angka Kredit (DUPAK).

Selain itu, angket persepsi juga disebarluaskan kepada peserta sebelum dan sesudah penyampaian materi. Hal ini bertujuan untuk

melihat bagaimana cara pandang dan penafsiran mereka mengenai bukti matematika sebelum dan sesudah kegiatan. Rentang skor yang diberikan adalah 1-4 dimana 1 mewakili sangat tidak setuju, 2 mewakili kurang setuju, 3 mewakili

setuju, dan 4 mewakili sangat setuju. Berikut ini disajikan tabel rerata skor dan persentase data persepsi guru sebelum dan setelah mengikuti kegiatan.

Tabel 3. Data Persepsi Peserta Sebelum dan Setelah Kegiatan PkM

No	Pernyataan	Sebelum			Sesudah		
		\bar{x} , n=63	Persen tase (%)	Kategori	\bar{x} , n=50	Persen tase (%)	Kategori
1	Bukti adalah dasar matematika	3,65	91,27	Sangat setuju	3,78	94,50	Sangat setuju
2	Bukti matematika sulit untuk dipahami	2,60	65,08	Setuju	2,50	62,50	Setuju
3	Bukti matematika tidak cocok untuk siswa SMP	1,94	48,41	Kurang setuju	2,14	53,50	Kurang setuju
4	Pembelajaran bukti matematika cocok untuk siswa SMA	3,21	80,16	Setuju	3,30	82,50	Sangat setuju
5	Bukti matematika dapat meningkatkan kemampuan bernalar	3,83	95,63	Sangat setuju	3,78	94,50	Sangat setuju
6	Bukti matematika dapat meningkatkan pemahaman orang tentang konsep matematika	3,81	95,24	Sangat setuju	3,86	96,50	Sangat setuju
7	Pembuktian matematika adalah salah satu bentuk pemecahan masalah	3,54	88,49	Sangat setuju	3,68	92,00	Sangat setuju
8	Proses pembuktian adalah proses yang melelahkan	2,43	60,71	Kurang setuju	2,50	62,50	Setuju
9	Terdapat keterkaitan antar topik matematika dalam bukti matematika	3,46	86,51	Sangat setuju	3,66	91,50	Sangat setuju
10	Bukti matematika dapat meningkatkan kemampuan berargumentasi	3,52	88,10	Sangat setuju	3,66	91,50	Sangat setuju
11	Bukti matematika memerlukan logika yang tinggi	3,35	83,73	Sangat setuju	3,60	90,00	Sangat setuju
12	Hanya geometri yang cocok untuk belajar bukti	1,84	46,03	Kurang setuju	2,08	52,00	Kurang setuju
13	Pembuktian matematika memerlukan kemampuan berpikir tingkat tinggi	3,37	84,13	Sangat setuju	3,46	86,50	Sangat setuju
14	Bukti matematika adalah rangkaian argumen yang menunjukkan kebenaran sebuah pernyataan matematika	3,60	90,08	Sangat setuju	3,64	91,00	Sangat setuju
15	Bukti matematika adalah fakta-fakta yang mendukung kebenaran suatu pernyataan matematika	3,62	90,48	Sangat setuju	3,72	93,00	Sangat setuju
16	Kebenaran pernyataan matematika dapat ditunjukkan dengan beberapa contoh yang mendukung.	3,38	84,52	Sangat setuju	3,42	85,50	Sangat setuju

Dari tabel 3 atas, terlihat bahwa sebagian besar persepsi guru sebelum mengikuti kegiatan sudah baik. Setelah mengikuti kegiatan ini, skor persepsi guru sedikit berubah meskipun masih pada kategori yang sama. Rata-rata skor

peserta yang tadinya menganggap bukti matematika sulit untuk dipahami sebesar 1,84 turun sebesar 0,1 dari 2,60 menjadi 2,50. Persepsi peserta terhadap bukti matematika dapat meningkatkan kemampuan

berargumentasi naik sebesar 0,14 dari 3,52 menjadi 3,66. Hal ini menunjukkan bahwa, secara umum terdapat perubahan persepsi peserta terhadap bukti matematika.

Di akhir kegiatan, peserta diminta untuk memberikan pendapat mengenai kegiatan pendampingan ini. Sebagian besar respon yang diberikan sangat positif dan membangun. Beberapa pendapat peserta, yaitu

“Kegiatan yg sangat baik sekali untuk dilakukan, semoga kedepan akan ada lagi kegiatan-kegiatan seperti ini untuk memotivasi guru2 matematika agar menemukan ide2 baru dlm pembelajaran di kelas.”, oleh SM, guru SMP Negeri 4 Rambutan.

“Tolong adakan lagi pengabdian dosen via online begini, supaya guru guru yg secara geografis jauh dr Palembang bisa ikut serta dan menambah wawasan. Kalau bisa setiap tahun.” oleh SH, guru SMP Negeri 1 Selat Nasik.

Sebagian peserta juga menyampaikan bahwa materi yang diberikan sangat bermanfaat untuk meningkatkan kompetensi sebagai guru matematika.

Selain itu, kemampuan peserta dalam pembuktian meningkat setelah dilakukan pendampingan yang dapat dilihat dari gambar 6 berikut.

Tugas 2. PPM Pembuktian
Mardiana Dentjik, S.Si., M.Si / SMP N 10 Prabumulih

Pembuktian :

Misalkan $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$ dengan a_0, a_1, \dots, a_n bilangan bulat.

Misalkan $a, b \in \mathbb{N}$ sehingga $x = \frac{a}{b}$ dalam bentuk paling sederhana. Jika $x = \frac{a}{b}$ akar dari $f(x) = 0$ maka b membagi a_n dan a membagi a_0 .

Jawab :

Jika $x = \frac{a}{b}$ (pecahan rasional) dinyatakan dalam suku terendah maka $f(\frac{a}{b}) = 0$

Misal $f(\frac{a}{b}) = a_0 (\frac{a}{b})^n + a_1 (\frac{a}{b})^{n-1} + a_2 (\frac{a}{b})^{n-2} + a_3 (\frac{a}{b})^{n-3} + a_4$

Persamaan polinom mempunyai akar 0 jika dan hanya jika suku konstanta (a_n) dari persamaan tersebut adalah Nol (0)

Tugas 2. PPM Pembuktian
Mardiana Dentjik, S.Si., M.Si / SMP N 10 Prabumulih

Konjektur. Misalkan $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$ dengan a_0, a_1, \dots, a_n bilangan bulat

Bukti : Misalkan $f(x) = a_0 x^n + a_1 x^{n-1} + \dots + a_n$ dengan a_0, a_1, \dots, a_n bilangan bulat.

Misalkan $a, b \in \mathbb{N}$ sehingga $x = \frac{a}{b}$ dalam bentuk paling sederhana. Jika $x = \frac{a}{b}$ akar dari $f(x) = 0$ maka b membagi a_n dan a membagi a_0 .

Penyelesaian :

Teorema faktor menyatakan bahwa jika $f(x)$ merupakan suatu polinomial, maka $x - \frac{a}{b}$ merupakan faktor dari polinomial $f(x)$ jika dan hanya jika polinomial $f(\frac{a}{b}) = 0$. Menurut teorema sisa polinomial $f(x) = (x - \frac{a}{b}) \cdot h(x) + f(\frac{a}{b})$. Jika polinomial $f(\frac{a}{b}) = 0$, maka $f(x) = (x - \frac{a}{b}) \cdot h(x)$. Sehingga $x - \frac{a}{b}$ merupakan faktor dari polinomial $f(x)$. Sebaliknya, jika $x - \frac{a}{b}$ merupakan faktor dari polinomial $f(x)$, maka polinomial $f(x) = (x - \frac{a}{b}) \cdot h(x)$.

Perhatikan : Jika $x = \frac{a}{b}$, maka $f(\frac{a}{b}) = (\frac{a}{b} - \frac{a}{b}) \cdot h(\frac{a}{b}) = 0 \cdot h(\frac{a}{b}) = 0$

Jadi, $f(\frac{a}{b}) = 0$ jika dan hanya jika $(x - \frac{a}{b})$ merupakan faktor dari polinomial $f(x)$ telah terbukti.

Membuktikan fungsi polinomial $f(x) = 0$ jika $x = \frac{a}{b}$

Secara umum dapat dibuktikan seperti diatas. Jika $\frac{a}{b}$ adalah salah satu akar dari $p(x) = a_n x^n + a_{n-1} x^{n-1} + a_{n-2} x^{n-2} + \dots + a_0$ maka

$$p(\frac{a}{b}) = a_n (\frac{a}{b})^n + a_{n-1} (\frac{a}{b})^{n-1} + a_{n-2} (\frac{a}{b})^{n-2} + \dots + a_0 = 0$$

kalikan kedua ruas dengan b^n dan sederhanakan sehingga kita akan dapatkan $a_n a^n + a_{n-1} a^{n-1} \cdot b + \dots + a_0 b^n = 0$ dengan mengurangi suku terakhir $a_0 b^n$ dari kedua ruas sehingga kita akan dapatkan

Gambar 5: Tugas pertama (kiri) dan tugas setelah pendampingan untuk revisi (kanan)

Selanjutnya, tugas peserta yang telah direvisi dan sudah benar dikumpulkan menjadi *book chapter* sebagai produk yang dihasilkan dari kegiatan pendampingan bagi guru sekolah menengah dalam pembuktian matematika adalah buku yang sedang dalam proses pengajuan ISBN. Berikut adalah gambar contoh produk berupa buku kumpulan tugas peserta.

5.5 Rumus Sinus Setengah Sudut – Fitri Indah

Konjektur : $\sin \frac{\alpha}{2} = \pm \sqrt{\frac{1 - \cos \alpha}{2}}$

Untuk membuktikan pernyataan di atas diperlukan definisi:

- 1) Definisi akar. Nilai akar dari suatu bilangan x adalah y^2 dengan x dan y bilangan Real sehingga $\sqrt{x} = \pm y$.
- 2) Teorema sudut rangkap $\cos 2\alpha = 1 - 2 \sin^2 \alpha$.

Analisis bukti disajikan dalam diagram berikut:

$$\begin{array}{c} 2A = \alpha \text{ maka } A = \frac{1}{2}\alpha \\ \downarrow \\ \cos 2\alpha = 1 - 2\sin^2 \alpha \\ \downarrow \\ \cos 2A = 1 - 2\sin^2 A \\ \downarrow \\ \cos \alpha = 1 - 2\sin^2 \frac{1}{2}\alpha \\ \downarrow \\ 2\sin^2 \frac{1}{2}\alpha = 1 - \cos \alpha \\ \downarrow \\ \sin^2 \frac{1}{2}\alpha = \frac{1 - \cos \alpha}{2} \end{array}$$

Gambar 6: Contoh tugas peserta yang dimuat dalam buku

SIMPULAN DAN SARAN

Berdasarkan hasil kegiatan Pengabdian kepada Masyarakat yaitu pendampingan bagi guru matematika sekolah menengah dalam pembuktian matematika, dapat disimpulkan bahwa: (1) secara umum, persepsi guru matematika sekolah menengah terhadap bukti matematika meningkat; (2) guru memberikan respon yang baik terhadap kegiatan ini; (3) kemampuan guru dalam pembuktian matematika meningkat. Berdasarkan hasil kegiatan ini, peserta disarankan untuk terus mengasah kemampuan dalam melakukan pembuktian matematika dan menerapkan dalam proses pembelajaran sesuai dengan tingkat kemampuan peserta didik.

DAFTAR RUJUKAN

- Harini, L.P.I. & Oka, T.B. (2016). Penggunaan *Mind Map* dalam Pembuktian Matematika. *Jurnal Matematika*, 6(1), 56-67. Retrieved from <https://ojs.unud.ac.id/index.php/jmat/article/view/25403>.
- Herizal, Suhendra, & Nurlaelah, E. (2020). Pengaruh Kemampuan Memahami Bukti Matematis terhadap Kemampuan Mengonstruksi Bukti matematis pada Trigonometri. *Suska Journal of Mathematics Education*, 6(1), 17-24. Retrieved from <http://ejournal.uin-suska.ac.id/index.php/SJME/article/view/8115/5091>.
- Rahmah, N. (2013). Hakikat Pendidikan Matematika. *Jurnal al-Khwarizmi*, 1(2), 1-10. Retrieved from <https://ejournal.iainpalopo.ac.id/index.php/al-khwarizmi/article/view/88/75>.
- Rochmad. (2010). Proses Berpikir Induktif dan Deduktif dalam Mempelajari Matematika. *Jurnal Kreano* 1(2), 107-117. Retrieved from <https://journal.unnes.ac.id/nju/index.php/kreano/article/view/1494/1618>.
- Stylianides, A. (2007). The Notion of Proof in The Context of Elementary School Mathematics. *Educational Studies in Mathematics*, 65(1), 1-20. Retrieved from <https://link.springer.com/article/10.1007/s10649-006-9038-0>.
- Sumardiyono. (2018). Kemampuan Guru dalam Menyusun Bukti Matematis. *Indonesian Digital Journal of Mathematics and Education*, 5(8), 510-522. Retrieved from <http://idealmathedu.p4tkmatematika.org/articles/IME-V5.8-03-Sumardiyono.pdf>.
- Sumarmo, U. (2011). *Advanced Mathematical Thinking dan Habit of Mind Mahasiswa* (Bahan Kuliah). PPS UPI Bandung: tidak diterbitkan.
- Syafri, F. S. (2017). Kemampuan Representasi Matematis dan Kemampuan Pembuktian Matematika. *JURNAL e-DuMath*, 3(1), 49-55. Retrieved from <https://ejournal.umpri.ac.id/index.php/educmath/article/view/283/173>.
- Yanti, D. & Yunita, H. (2020). Kecemasan Matematika dan Self Efficacy dalam Melakukan Pembuktian Matematika. *Journal of Mathematics Science and Education*, 2(2). Retrieved from <https://ojs.stkipgri-lubuklinggau.ac.id/index.php/JMSE/article/view/915/480>.